

ГЕНЕРАЦИЯ СВЕРХИЗЛУЧЕНИЯ
В СИСТЕМЕ С ТРЕМЯ РАЗРЕШЕННЫМИ ПЕРЕХОДАМИ

Н.Н.Боголюбов /мл./, Е.К.Башкиров*, Фам Ле Киен*,
А.С.Шумовский

Исследован процесс сверхизлучения в трехуровневой системе. Описано явление конкуренции импульсов в системе с общим верхним уровнем, а также явление замедления сверхизлучения в системе с общим нижним уровнем. В общем случае найдено временное поведение интенсивности.

Работа выполнена в Лаборатории теоретической физики ОИЯИ.

Generation of Superradiance
in the System with Three Allowed Transitions
N.N.Bogolubov, jr. et al.

The superradiation process in a three-level system is examined. The competition of pulses in the system with a common upper level and the limited superradiance in the case of the common lower level are described. The temporal behaviour of the intensity is obtained in the general case.

The investigation has been performed at the Laboratory of Theoretical Physics, JINR.

В ряде недавних экспериментов удалось наблюдать явление сверхизлучения в трехуровневой системе^{1,2/} /кристалл KCl с примесью O₂^{-/}. Как оказалось, такой процесс имеет ряд принципиальных отличий от случая сверхизлучения в двухуровневой системе. Прежде всего следует отметить наличие конкуренции импульсов различной частоты и значительные колебания времени задержки импульсов. Попытки теоретического объяснения этого явления связаны с использованием полуфеноменологического подхода, основанного на изучении приближенных решений марковского Master Equation^{3/}.

* Московский государственный университет

Вместе с тем метод исключения бозонных переменных^{/4/}, обобщенный на случай сверхизлучательных систем в работе^{/5/}, позволяет описывать динамику систем с произвольным числом уровней на основе точной иерархии кинетических уравнений^{/6/}. В настоящей работе мы воспользуемся указанным подходом для исследования трехуровневой системы с тремя разрешенными переходами /см. рис.1/. Такую систему можно характеризовать гамильтонианом

$$H = H_M + H_F + H_{M-F},$$

$$H_M = \sum_{f=1}^N \sum_{a=1}^3 \epsilon_a^{(f)} R_{aa}^{(f)}, \quad H_F = \sum_k \hbar \omega_k a_k^+ a_k.$$

/1/

$$H_{M-F} = \hbar N^{-1/2} \sum_{f,k} \sum_{1 \leq \alpha < \beta \leq 3} g_{\alpha\beta}^k \{ \exp(i\vec{k}\vec{x}_f) R_{\beta\alpha}^{(f)} a_k^+ + \exp(-i\vec{k}\vec{x}_f) R_{\alpha\beta}^{(f)} a_k \},$$

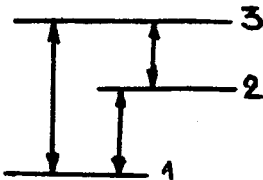
где a_k^+ (a_k) - оператор рождения /уничтожения/ фотонов моды (\vec{k}, μ) с частотой ω_k и поляризацией e_μ ; $R_{aa}^{(f)}$ - оператор населенности уровня с энергией ϵ_a в f^{μ} -атоме; $R_{\alpha\beta}^{(f)}$ - оператор перехода для f -го атома с уровня β на уровень α , удовлетворяющий коммутационным соотношениям

$$[R_{\alpha\beta}^{(f)}, R_{\alpha'\beta'}^{(f')}] = \{ R_{\alpha\beta}^{(f)} \delta_{\beta\alpha'} - R_{\alpha'\beta'}^{(f')} \delta_{\alpha\beta} \} \delta_{ff'}; \quad /2/$$

\vec{x}_f - радиус-вектор f -го атома. Параметр диполь-фотонной связи

$$g_{\alpha\beta}^k = \sqrt{\frac{2\pi\rho}{\hbar\omega_k}} \langle \alpha | j_{\alpha\beta} e_\mu | \beta \rangle,$$

где ρ - плотность излучателей, $j_{\alpha\beta}$ - оператор плотности тока перехода $\alpha - \beta$.



Ограничимся исследованием динамики спонтанного коллективного излучения, т.е. будем считать, что в начальный момент времени излучение отсутствует. Тогда в соответствии

Рис.1. Схема энергетических уровней.

с методом исключения бозонных переменных^{/4-6/} для произвольного оператора \hat{O} M -подсистемы имеем точную иерархию кинетических уравнений вида

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt} \langle \hat{O}_t \rangle + (i\hbar)^{-1} \langle [H_{M_t}, \hat{O}_t] \rangle &= \sum_{k, \nu, \nu'} \int_{-\infty}^t d\tau e^{-i\omega_k(t-\tau)} \{ F_k(\nu, \nu') \times \\ &\times \sum_{a < \beta} \sum_{a' < \beta'} g_{a\beta}^k g_{a'\beta'}^k \langle [R_{\beta a}(\nu)_t, \hat{O}_t] R_{a'\beta'}(\nu')_\tau \rangle + \\ &+ \sum_{k, \nu, \nu'} \int_{-\infty}^t d\tau e^{i\omega_k(t-\tau)} \{ F_k(\nu, \nu') \times \\ &\times \sum_{a < \beta} \sum_{a' < \beta'} g_{a\beta}^k g_{a'\beta'}^k \langle R_{\beta a}(\nu)_\tau [\hat{O}_t; R_{a'\beta'}(\nu')_t] \rangle. \end{aligned} \quad /3/$$

Здесь $R_{a\beta}(\nu)$ - коллективные операторы^{/5/}

$$R_{a\beta}(\nu) = \sum_f R_{a\beta}^{(f)} e^{i\vec{\nu} \cdot \vec{x}_f} \quad (a \geq \beta),$$

$$R_{a\beta}(\nu) = \sum_f R_{a\beta}^{(f)} e^{-i\vec{\nu} \cdot \vec{x}_f} \quad (a < \beta), \quad /4/$$

и вектор $\vec{\nu}$ соответствует N модам в объеме V_c резонатора; $\nu_i = 2\pi n_i / L_i$, $i = x, y, z$; $n_i = 1, 2, \dots$; $V_c = \prod L_i$. Функция $F_k(\cdot)$ имеет вид $F_k(\nu, \nu') = N^{-1} \phi(\vec{k} - \vec{\nu}) \phi^*(\vec{k} - i\vec{\nu}')$, где $\phi(\vec{k}) = N^{-1} \sum_f e^{i\vec{k} \cdot \vec{x}_f}$.

Из /2/ и /4/ коммутационные соотношения для коллективных операторов имеют вид

$$\begin{aligned} [R_{a\beta}(\nu), R_{a'\beta'}(\nu')] &= R_{a\beta}(\Lambda S(a, \beta')) \delta_{a'\beta'} - \\ &- R_{a'\beta'}(\Lambda S(a', \beta)) \delta_{a\beta}, \end{aligned} \quad /5/$$

$$\text{где } S(p, q) = \begin{cases} 1 & p \geq q \\ -1 & p < q \end{cases}, \text{ и } \Lambda \equiv \nu S(a, \beta) + \nu' S(a', \beta').$$

Исследуем решения уравнения /3/ в "нулевом приближении"^{/5/}:

$$R_{a\beta}(\nu)_\tau = R_{a\beta}(\nu)_t e^{i\omega_{a\beta}(t-\tau)} e^{-(t-\tau)/2T} \quad (a < \beta),$$

$$R_{a\beta}(\nu)_\tau = R_{a\beta}(\nu)_t e^{-i\omega_{a\beta}(t-\tau)} e^{-(t-\tau)/2T} \quad (a > \beta),$$

где $\omega_{a\beta}$ - частота перехода $a - \beta$, а T - параметр лоренцевского неоднородного уширения. Теперь уравнение /3/ пре-

образуется к виду

$$\frac{d}{dt} \langle \mathcal{O}_i \rangle = (i\hbar)^{-1} \langle [\mathcal{O}_i; H_{M_i}] \rangle + \sum_{\nu} \sum_{\alpha < \beta} \Gamma_{\alpha\beta}(\nu) \langle [R_{\beta\alpha}(\nu); \mathcal{O}] R_{\alpha\beta}(\nu) \rangle + \sum_{\nu} \sum_{\alpha < \beta} \Gamma_{\alpha\beta}(\nu) \langle [R_{\beta\alpha}(\nu), \mathcal{O}] R_{\alpha\beta}(\nu) \rangle. \quad /6/$$

Здесь

$$\Gamma_{\alpha\beta}(\nu) = \gamma_{\alpha\beta}(\nu) - iQ_{\alpha\beta}(\nu),$$

$$\gamma_{\alpha\beta}(\nu) = \frac{4T\rho^{-1}}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} \frac{(g_{\alpha\beta}^k)^2 |\phi(\vec{k} - \vec{\nu})|^2}{1 + 4T^2(\omega_k - \omega_{\alpha\beta})^2},$$

$$Q_{\alpha\beta}(\nu) = \frac{8T^2\rho^{-1}}{(2\pi)^3} \int d\vec{k} \frac{(g_{\alpha\beta}^k)^2 |\phi(\vec{k} - \vec{\nu})|^2 (\omega_k - \omega_{\alpha\beta})}{1 + 4T^2(\omega_k - \omega_{\alpha\beta})^2}.$$

При выводе /6/ мы пренебрегли членами с $\nu' \neq \nu$, $\alpha' \neq \alpha$, $\beta' \neq \beta$ в силу их малости. Будем рассматривать трехмодовое приближение. В этом случае уравнение /3/ принимает вид

$$\frac{d}{dt} \langle \mathcal{O}_i \rangle = (i\hbar)^{-1} \langle [\mathcal{O}_i; H_{M_i}] \rangle + \sum_{\alpha < \beta} \frac{\Gamma_{\alpha\beta}}{2} \langle [R_{\beta\alpha}; \mathcal{O}] R_{\alpha\beta} \rangle + \sum_{\alpha < \beta} \frac{\Gamma_{\alpha\beta}}{2} \langle R_{\beta\alpha} [\mathcal{O}, R_{\alpha\beta}] \rangle. \quad /7/$$

Полагая здесь $\mathcal{O} = R_{aa}$ ($R_{aa} \equiv \sum_f R_{aa}^{(f)}$) / $a = 1, 2, 3$ /, получаем уравнение для средних населенностей атомных уровней

$$\frac{d}{dt} \langle R_{aa} \rangle = \sum_{\beta(\beta > a)} \gamma_{\alpha\beta} \langle R_{\beta\alpha} R_{\alpha\beta} \rangle - \sum_{\beta(\beta < a)} \gamma_{\alpha\beta} \langle R_{\alpha\beta} R_{\beta\alpha} \rangle. \quad /8/$$

Для корреляторов $\langle R_{\beta\alpha} R_{\alpha\beta} \rangle$ находим с помощью /7/

$$\frac{d}{dt} \langle R_{\beta\alpha} R_{\alpha\beta} \rangle = \gamma_{\alpha\beta} \langle R_{\beta\alpha} (R_{\beta\beta} - R_{aa}) R_{\alpha\beta} \rangle. \quad /9a/$$

Используя для тройных корреляторов в /9a/ расщепление

$$\langle R_{\beta\alpha} (R_{\beta\beta} - R_{aa}) R_{\alpha\beta} \rangle = \langle R_{\beta\alpha} R_{\alpha\beta} (R_{\beta\beta} - R_{aa} - 2) \rangle \approx \approx \langle R_{\beta\alpha} R_{\alpha\beta} \rangle \langle (R_{\beta\beta} - R_{aa} - 2) \rangle,$$

получаем

$$\frac{d}{dt} \langle R_{\beta\alpha} R_{\alpha\beta} \rangle = \gamma_{\alpha\beta} \langle R_{\beta\alpha} R_{\alpha\beta} \rangle \langle (R_{\beta\beta} - R_{aa} - 2) \rangle. \quad /9b/$$

Вводя обозначения $X_a = \langle R_{aa} \rangle$ и $Y_{a\beta} = \langle R_{\beta a} R_{a\beta} \rangle$ ($a < \beta$), перепишем систему уравнений /8/, /9б/ в виде

$$\begin{aligned} \dot{X}_1 &= \gamma_{13} Y_{13} + \gamma_{12} Y_{12}, \\ \dot{X}_2 &= \gamma_{23} Y_{23} - \gamma_{12} Y_{12}, \\ \dot{X}_3 &= -\gamma_{13} Y_{13} - \gamma_{23} Y_{23}, \\ \dot{Y}_{13} &= \gamma_{13} (X_3 - X_1 - 2) Y_{13}, \\ \dot{Y}_{23} &= \gamma_{23} (X_3 - X_2 - 2) Y_{23}, \\ \dot{Y}_{12} &= \gamma_{12} (X_2 - X_1 - 2) Y_{12}. \end{aligned} \quad /10/$$

Кроме того, имеет место естественное дополнительное условие равенства суммарной населенности уровней полному числу излучателей: $X_1 + X_2 + X_3 = N$. Легко заметить, что интенсивности коллективного излучения на переходах 1-3, 1-2 и 2-3 имеют вид

$$\begin{aligned} I_1 &= \hbar \omega_{13} \frac{d}{dt} \sum_{k_{13}} \langle a_{k_{13}}^+ a_{k_{13}} \rangle = \hbar \omega_{13} \gamma_{13} Y_{13}, \\ I_2 &= \hbar \omega_{12} \frac{d}{dt} \sum_{k_{12}} \langle a_{k_{12}}^+ a_{k_{12}} \rangle = \hbar \omega_{12} \gamma_{12} Y_{12}, \\ I_3 &= \hbar \omega_{23} \frac{d}{dt} \sum_{k_{23}} \langle a_{k_{23}}^+ a_{k_{23}} \rangle = \hbar \omega_{23} \gamma_{23} Y_{23}, \quad k_{a\beta} = \omega_{a\beta} / c. \end{aligned} \quad /11/$$

Аналитическое решение системы /10/ неизвестно. Поэтому ниже мы рассмотрим результаты численного решения уравнений /10/ и их подстановки в соотношения /11/ для системы с $N = 200$ при различных начальных состояниях атомной подсистемы.

1. В начальный момент времени все излучатели находятся на верхнем уровне и поляризация равна нулю, т.е. $X_1(0) = X_2(0) = 0$, $X_3(0) = N$, $Y_{13}(0) = Y_{12}(0) = Y_{23}(0) = 0$.

В зависимости от соотношения вероятностей спонтанного распада в системе возможны один, два и три коллективных импульса. В случае $\gamma_{13} = 0$ в системе происходит каскадное излучение /3-2-1/. Данный процесс был исследован на основе обобщенного уравнения для системы "атом+поле" в работе /8/. Для $\gamma_{13} = 0$ трехуровневая система имеет общий верхний уровень 3. На рис.2 показаны зависимость $I_1(t)/\hbar \omega_{13}$ и $I_2(t)/\hbar \omega_{23}$ для системы с $\gamma_{13}/\gamma_{23} = 1,1$. При увеличении отношения γ_{13}/γ_{23} коллективный импульс на переходе 1-3

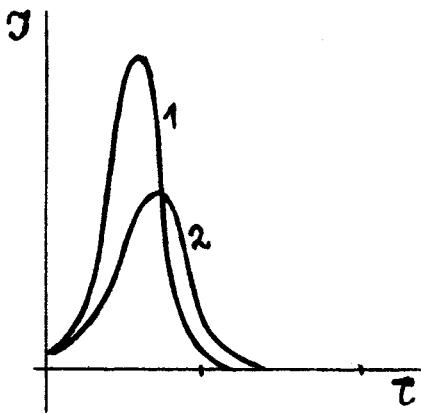


Рис.2. Зависимости безразмерных интенсивностей $J_1 = I_1/\hbar\omega_{13}$ /кривая 1/, $J_2 = I_3/\hbar\omega_{23}$ /кривая 2/ от безразмерного времени $\tau = t\gamma_{23}$ для системы с $N = 200$, $\gamma_{13}/\gamma_{23} = 1,1$ и $\gamma_{12} = 0$.

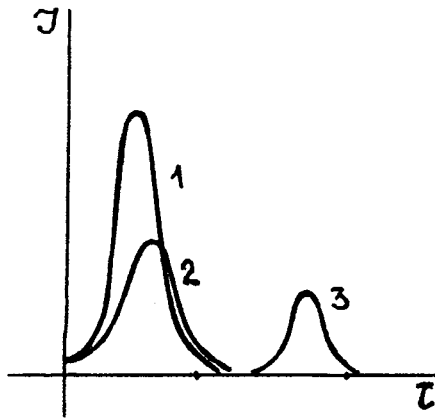


Рис.3. Зависимости безразмерных интенсивностей $J_1 = I_1/\hbar\omega_{13}$ /кривая 1/, $J_2 = I_2/\hbar\omega_{12}$ /кривая 3/ и $J_3 = I_3/\hbar\omega_{23}$ /кривая 2/ от безразмерного времени $\tau = t\gamma_{13}$ для системы с $N = 200$ и $\gamma_{23}:\gamma_{13}:\gamma_{12} = 1:1,1:2$.

подавляет коллективное излучение на переходе 2-3, имеющем меньшую вероятность спонтанного распада. На рис.3 представлены интенсивности $I_1(t)/\hbar\omega_{13}$, $I_2(t)/\hbar\omega_{12}$ и $I_3(t)/\hbar\omega_{23}$ в зависимости от времени; кривые получены при $\gamma_{13}:\gamma_{23}:\gamma_{12} = 1,1:1:2$. Соотношение амплитуд трех коллективных импульсов определяется соотношением вероятностей спонтанного распада для соответствующих переходов.

2. В начальный момент времени населенности верхних уровней одинаковы и равны $N/2$: $X_2(0) = X_3(0) = N/2$, $X_1(0) = 0$, $Y_{13}(0) = Y_{12}(0) = Y_{23}(0) = 0$. Для простоты предположим, что $\gamma_{23} = 0$. На рис.4 и 5 представлены зависимости интенсивностей $I_1(t)/\hbar\omega_{13}$, $I_2(t)/\hbar\omega_{12}$ и населенностей верхних уровней $X_3(t)$, $X_2(t)$ для системы с $\gamma_{23}/\gamma_{13} = 0,8$. Коллективное излучение на переходе 1-3, обладающем большей вероятностью спонтанного распада, замедляет коллективное излучение на переходе 1-2 /ослабляет его/. При этом в результате коллективного распада система переходит в стационарное состояние, в котором часть излучателей остается на 2 уровне. Данное стационарное состояние разрушается, очевидно, процессами неколлективного распада.

Таким образом, исследование точной иерархии кинетических уравнений /3/ позволяет описать сильную конкуренцию

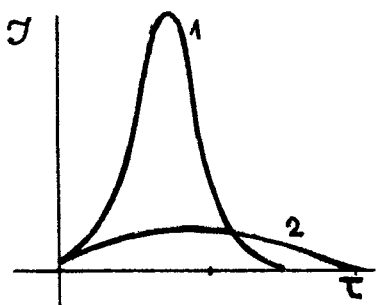


Рис.4. Зависимость безразмерных интенсивностей $J_1 = I_1/\hbar\omega_{13}$ и $J_2 = I_2/\hbar\omega_{12}$ от безразмерного времени $\tau = t\gamma_{13}$ для системы с $N = 200$, $\gamma_{13}/\gamma_{12} = 1,2$ и $\gamma_{23} = 0$.

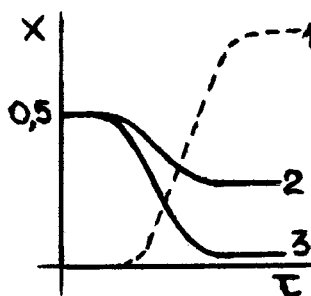


Рис.5. Зависимость населенностей уровней от безразмерного времени $\tau = t\gamma_{13}$ кривые 1,2,3 соответствуют X_1, X_2, X_3 .

сверхизлучательных импульсов на разных частотах в случае системы с общим верхним уровнем, что хорошо согласуется с экспериментальными результатами. С другой стороны, проведенное рассмотрение позволяет строго обосновать предположение о замедлении излучения в системе с общим нижним уровнем, выдвигавшееся на основе качественного анализа симметричных свойств протяженной системы излучателей^{/7/}.

Полученные в настоящей работе результаты могут быть использованы и для количественного анализа процессов сверхизлучения в трехуровневых системах.

Литература

1. Florian R., Schwan L.O., Schmid D. Sol.St.Comm., 1982, 42, p.55.
2. Florian R., Schwan L.O., Schmid D. Phys.Rev., 1984, 29, p.2709.
3. Schwendimon P. Optica Acta, 1984, 31. p.107.
4. Боголюбов Н.Н., Боголюбов Н.Н./мл./. ЭЧАЯ, 1980, 11, с.245.
5. Боголюбов Н.Н./мл./, Фам Ле Киен, Шумовский А.С. ТМФ, 1982, 52, с.423.
6. Молдояров А.А., Сорокина Е.М., Шумовский А.С. ОИЯИ, Е17-84-577, Дубна, 1984.
7. Crubellier A., Liberman S., Pillet P. Opt.Comm., 1982, 33, p.143.
8. Андреев А.В., Арутюнян Р.В., Ильинский Ю.А. Оптика и спектроскопия, 1981, 50, с.1050.

Рукопись поступила 11 октября 1984 года.